

## Facit til kursusgang 7: Funktioner 1 (injektivitet, surjektivitet, sum, produkt)

1. Svarene er:

- (a)  $f$  er en funktion som er surjektiv men ikke injektiv.
- (b)  $g$  er en funktion som er injektiv men ikke surjektiv.
- (c)  $h$  er ikke en funktion da  $h(4) = \text{Hest, Hund}$ .

2. En cirkel kan ikke beskrives som grafen for en funktion da denne funktion i så fald ville have  $x$ -værdier som skulle sendes i to  $y$ -værdier. Man kan dog beskrive enhver cirkel ved hjælp af to funktioner, en øvre og nedre halvcirkel, givet ved  $y = b \pm \sqrt{r^2 - (x - a)^2}$ .

3. Svarene kunne være:

- (a) En mulighed er  $f(1) = 3, f(2) = 5, f(3) = \pi, f(4) = 1, f(5) = -1$ , men der er 119 andre rigtige svar...
- (b) En mulighed kunne være  $f(x) = \pi$  for alle  $x \in A$ .

4. Kun den røde kurve er grafen for en funktion.

5. Svarene er:

- (a) Blå: Surjektiv men ikke injektiv.
- (b) Rød: Hverken injektiv eller surjektiv.
- (c) Grøn: Injektiv og surjektiv.
- (d) Sort: Injektiv men ikke surjektiv.

6. Så længe  $D \subset [0, \infty[$  eller  $D \subset ]-\infty, 0]$  vil  $f$  være injektiv.

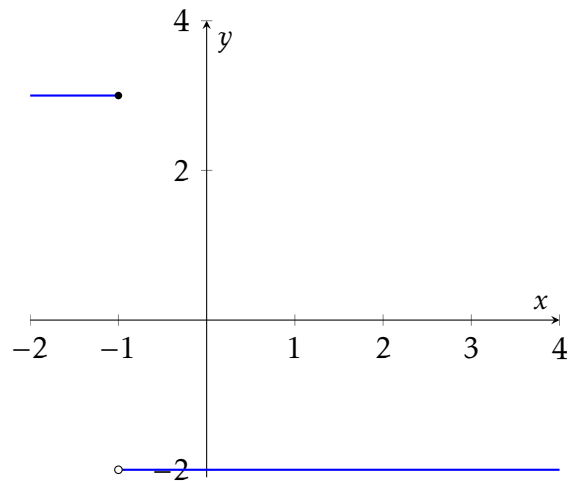
7. Svarene er:

$$D(f) = [-1, 2], \quad D(g) = \mathbf{R}, \quad D(h) = ]-2, \infty[.$$

8. Værdimængden for funktionen  $f(x) = -3x^2 + 9$  er  $f(\mathbb{R}) = ]-\infty, 9]$ .

9. Svarene er:

- (a)  $(f + g)(2) = \frac{10}{3}$
- (b)  $\frac{f}{g}(-2) = -3$
- (c)  $(fg)(0) = -1$
- (d)  $\frac{g}{f}(x) = \frac{1}{x^3 + x^2 - x - 1}$
- (e)  $(g - f)(x) = \frac{-x^3 - x^2 + x + 2}{1 + x}$ .



Figur 1: Opgave 11.

10. Funktionen  $f$  er injektiv da

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{y} \Leftrightarrow y = x.$$

Den er ikke surjektiv da  $f(x) \neq 0$  for alle  $x \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$ , dog er alle andre punkter med i værdimængden for  $f$ . Derfor bliver  $f$  bijektiv hvis domænet ændres til  $\mathbf{R} \setminus \{0\}$ .

11. I Figur 1 ses et eksempel på en sådan funktion.