

Opgaver til kursusgang 24: Ubestemte integraler 3

1. Udregn integralerne

$$\int \sin(3x+1) dx, \quad \int \cos(-2x+1) dx, \quad \int e^{5x-3} dx$$

(Hint: Led efter den indre funktion: $u = 3x + 1$, $u = -2x + 1$, $u = 5x - 3$)

2. Udregn integralerne

$$\int \frac{3x^2+1}{x^3+x-1} dx, \quad \int (x+1)^5 dx, \quad \int (2x^3-1)\left(\frac{1}{2}x^4-x+12\right)^3 dx.$$

(Hint: $u = x^3 + x - 1$, $u = x + 1$, $u = \frac{1}{2}x^4 - x + 12$)

3. Udregn integralerne

$$\int \frac{x}{x^2+1} dx, \quad \int x^2 e^{x^3-1} dx, \quad \int x \cos(x^2-1) dx.$$

(Hint: $u = x^2 + 1$, $u = x^3 - 1$, $u = x^2 - 1$)

4. Udregn integralerne

$$\int x e^{x^2} dx, \quad \int \ln(x+1) dx, \quad \int 2x \sin(x^2-1) dx$$

5. Udregn integralerne

$$\int \cos(x) \sin(x) dx, \quad \int \sin^3(x) \cos(x) dx, \quad \int (3x^2-1) \cos(x^3-x+2) dx$$

6. Lad $a \neq 0$ og b være reelle tal. Bestem stamfunktioner til funktionerne

$$\sin(ax+b), \quad \cos(ax+b), \quad e^{ax+b}, \quad \ln(ax+b).$$

7. Udregn integralet

$$\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx.$$

EKSTRAOPGAVER:

8. Brug integration ved substitution til at bestemme en stamfunktion til $\tan x$.

9. Lad f , g og h være funktioner og lad F være en stamfunktion for f . Vis at

$$\int f(g(h(x)))g'(h(x))h'(x) dx = F(g(h(x))) + c.$$

10. Brug delvis integration samt integration ved substitution til at vise

$$\int x\sqrt{x+1} dx = \frac{2}{3}x(1+x)^{\frac{3}{2}} - \frac{4}{15}(1+x)^{\frac{5}{2}} + c.$$

Brug efterfølgende dette til at udregne

$$\int \sqrt{1+\sqrt{x}} dx$$