

## Opgaver til kursusgang 27: Differentialligninger 1

1. Er funktionen  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 5$  en løsning til differentialligningen?

$$y' = x^2?$$

2. Er  $f(x) = 2x^2 + 4x + 4$  en løsning til differentialligningen?

$$y' = y - 2x^2.$$

3. Vis at  $f(x) = -x - 1 + e^x$  er en løsning til differentialligningen

$$y' = y + x.$$

Er  $g(x) = -x - 1$  en løsning?

4. Find den fuldstændige løsning til differentialligningen

$$y' = 0.$$

5. Vis at  $f(x) = 3e^{2x}$  løser ligningen

$$y' = 2y.$$

Er funktionen  $g(x) = f(x) + 2$  også en løsning?

6. Er  $f(x) = \ln(e^x + e + 1)$  en løsning til differentialligningen?

$$y' = e^{x-y}$$

7. Vis at  $f(x) = 4e^{3x} - e^{2x}$  ikke er en løsning til differentialligningen

$$y' - 2y = e^{2x}.$$

8. Bestem  $a$  og  $b$  så  $f(x) = ax + b$  løser ligningen

$$y' - y = 2x - 3$$

**EKSTRAOPGAVER:**

9. Lad  $f(x)$  være med en differentiabel stamfunktion  $F(x)$ . Vis at funktionen

$$g(x) = \int_0^x f(x) dx$$

løser differentiaalligningen

$$y' = f.$$

Vil  $g$  stadig være en løsning hvis vi vælger en anden stamfunktion  $\tilde{F}$  til  $f$ ?

10. Gør rede for at  $f(x) = 2e^x$  løser differentiaalligningen

$$\frac{y'}{y^2} = \frac{1}{2}e^{-x}.$$

11. Gør rede for at  $\sin x$  løser differentiaalligningen

$$(y'')^2 + (y')^2 = 1.$$

12. Bestem  $a$  så  $f(x) = axe^{-x}$  løser ligningen

$$y'' - y = e^{-x}.$$

13. Lad  $y$  være en positiv funktion. Vis at

$$\frac{d}{dx} \ln y = \frac{y'}{y}.$$

Brug dette til at finde den fuldstændig løsning til differentiaalligningen

$$y' = ky.$$