Facit til kursusgang 28: Differentialligninger 2

1. Svarene er:

$$y(x) = 3x + 2, \qquad y(x) = -\cos(x) + 3, \qquad y(x) = -\frac{1}{2}e^{-2x} + \frac{5}{2}.$$

2. Svarene er:

$$y(x) = x^2 - 4x + 9, \qquad y(x) = \frac{1}{2}x^2 + \ln(x) + \frac{11}{2}, \qquad y(x) = x^3 - x^2 + 6.$$

3. Løsningen er

$$y(x) = e^{-(x+1)}$$

   som går gennem punktet $(1, \frac{1}{e^2})$.

4. Tangenten har ligningen $y = \frac{7}{3}(x-1) + 3$.

5. Svarene er
   (a) $y(x) = \frac{3}{4}x^4 - x - 1$.
   (b) $y(x) = \sqrt{2}e^x$.
   (c) $y(x) = -3e^{-\frac{x}{3}}$.

6. Tangenten har ligning $y = -22(x-3) + 5$

EKSTRAOPGAVER:

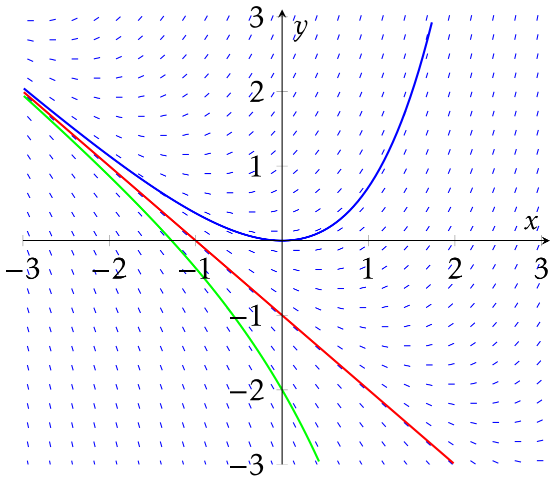
7. I Figur 1 ses en skitse af løsningerne til differentialligningen

$$y' = x + y,$$

   med begyndelsesbetingelser
   (a) $y(0) = 0$.
   (b) $y(0) = -1$.
   (c) $y(0) = -2$.

8. Tangenten har ligning $y = 2(x-4) + 1 = 2x - 7$.

9. Svarene er:



Figur 1: Opgave 7

(a) $y(x) = ae^{kx}$.

(b) $y(x) = \frac{b}{k}e^{kx}$.

10. Tangentens har ligning $y = 6(x-1)+4$.

11. Tangenten har ligning $y = 3(x-2)+7$.

12. I Figur 2 ses en skitse løsningerne til differentialligningen

$$\frac{y'}{y} = x^2 - x,$$

med begyndelsesbetingelser

(a) $y(0) = 1$.

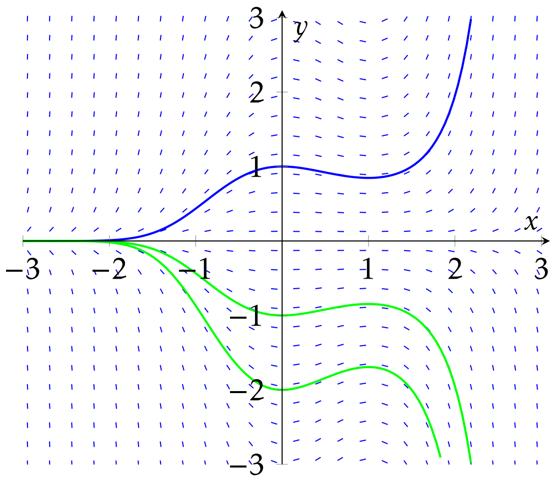
(b) $y(0) = -1$.

(c) $y(0) = -2$.

13. Vi har at

$$g'(x) = \frac{d}{dx}(F(x) - F(x_0)) = F'(x) = f(x),$$

samt $g(x_0) = y_0$.



Figur 2: Opgave 12