

## Facit til kursusgang 22: Ubestemte integraler 1

1. Svaret kan være  $F(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x$ .

2. Svaret er  $F(x) = 2x^4 - \cos(x) + c$

3. Svarene er:

$$\frac{1}{3}x^3 + x^2 + c, \quad 3(e^x + \cos x) + c, \quad e^{2x} - \ln x + c.$$

4. Svarene er:

$$2\ln(x) + \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{2}x^2 + c, \quad x^{\frac{5}{2}} + \frac{1}{2} \frac{1}{x^2} + c, \quad c$$

5. Svaret er  $f(x) = x^{-\frac{1}{2}}$ .

6. Vi har at

$$F'(x) = \frac{3}{5} \frac{10}{3} x^{\frac{10}{3}-1} = 2x^{\frac{7}{3}} = f(x).$$

7.  $F(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{6}$ .

8.  $F(x) = 4x \cdot \sqrt{x} - \frac{1}{2}x^2 - 15$

9.  $F(x) = \frac{2}{7}x^{\frac{7}{2}} + \frac{3}{2}x^{\frac{4}{3}} + \sqrt{2}$ .

### EKSTRAOPGAVER:

10. Da

$$\frac{d}{dx} x \ln x = \ln(x) + 1$$

er  $f$  ikke en stamfunktion til  $\ln x$ .

$x \ln(x) - x$  er en stamfunktion til  $\ln x$ .

11. Svarene er:

(a) Da  $f + g = e^x$  er  $f + g$  en stamfunktion til sig selv.

(b) Vi har at

$$f'(x) = \frac{1}{2}(e^x - (-1)e^{-x}) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x}) = g(x).$$

(c) Ja.

(d) Vi har at

$$\frac{d}{dx} \ln(g(x)) = \frac{1}{g(x)} g'(x) = \frac{f(x)}{g(x)}.$$

12. Vi har at

$$F'(x) = -(1-x)^{-2}(-1) = (1-x)^{-2} = \frac{1}{(1-x)^2}$$

$$G'(x) = (1-x)^{-1} + x(1-x)^{-2} = \frac{1}{1-x} + \frac{x}{(1-x)^2} = \frac{1}{(1-x)^2}.$$

Yderligere er  $F(x) - G(x) = 1$ .