

Opgaver til kursusgang 6: Andengradsligninger og ligninger med 2 ubekendte

1. Løs ligningerne

$$x^2 = 36, \quad (x-1)(x+2) = 0, \quad 2x^2 + 3x + 1 = 0, \quad x^2 + 4x + 3 = 0.$$

2. Løs ligningerne

$$2x^2 - 3x = 0, \quad 3x^2 - 21x = 0, \quad 5x^2 = 2x, \quad \frac{(11x)^2}{49} = 1.$$

3. Løs ligningssystemet

$$\begin{aligned} 2y - x &= 3 \\ 4y - 5x &= -3 \end{aligned}$$

4. Løs ligningssystemet

$$\begin{aligned} x + y &= 4 \\ \frac{1}{2}x + 1 &= 9 - 2y \end{aligned}$$

5. Løs ligningerne

$$-\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x = -2, \quad -2x^2 + 6x = -8, \quad \frac{5}{2}x^2 - 7x + 1 = 0, \quad 4x^2 = 100.$$

6. For hvilke b har ligningen

$$2x^2 + bx + 2 = 0,$$

præcis en løsning?

7. For hvilke a har ligningen

$$ax^2 - 4x + 1 = 0$$

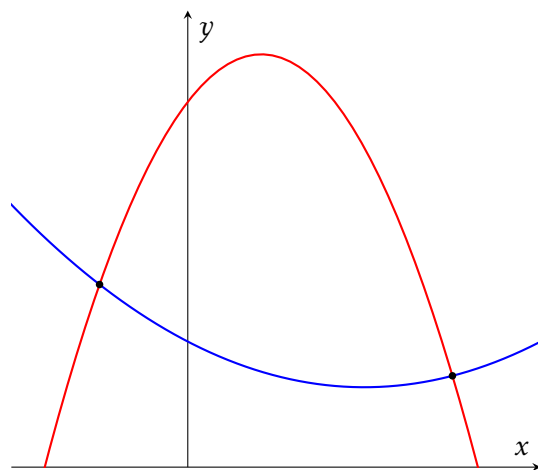
ingen løsninger?

8. Opskriv en andengradsligning på formen $x^2 + bx + c = 0$ med rødderne

$$2 \text{ og } -1, \quad \frac{1}{2} \text{ og } 3, \quad -\sqrt{2} \text{ og } \sqrt{2}, \quad \frac{1+\sqrt{5}}{2} \text{ og } \frac{1-\sqrt{5}}{2}.$$

9. Løs ligningerne

$$\frac{4}{x^2} + \frac{16}{x-3} = 0, \quad x = 3 + \frac{70}{x}, \quad \frac{1}{x} - \frac{3}{x^2} = 0.$$



Figur 1: Opgave 10

10. På Figur 1 ses graferne for andengradspolynomierne

$$y = \frac{1}{8}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{11}{8} \quad \text{og} \quad y = -\frac{3}{4}x^2 + \frac{5}{4}x + 4.$$

Bestem polynomiernes skæringspunkter.

11. Løs ligningerne

$$x + 7 - \frac{5}{x-2} = 5, \quad \frac{3}{8} + \frac{1}{x} = -\frac{1}{2x^2}, \quad -\frac{1}{12x} + 3x = 0.$$

EKSTRAOPGAVER:

12. Forkort følgende brøker

$$\frac{x^2 - 36}{x^2 - 5x - 6}, \quad \frac{(x+1)(x^2 - 4x + 3)}{x^2 - 2x - 3}, \quad \frac{x^2 - 1}{x^2 - 3x + 2}.$$

13. Løs ligningssystemet

$$\begin{aligned} x - 2y + 5z &= 24 \\ -x + 3y - 3z &= -6 \\ -y - z &= -12 \end{aligned}$$

14. Løs ligningerne

$$x^4 - x^2 - 12 = 0, \quad x^4 = 18 + 7x^2, \quad x^6 - 7x^3 - 8 = 0.$$

Hint: Lad $y = x^2$ i de to første ligninger og $y = x^3$ i den sidste.

15. Hvor skal man bøje en $\frac{7}{10}m$ lang stang i en ret vinkel for at afstanden mellem endepunkterne bliver:

(a) $\frac{1}{2}m$,

(b) $\frac{3}{5}m$.

16. Løs ligningssystemet nedenfor både vha. substitution og lige store koefficienters metode.

$$\begin{aligned}x + y + z + w &= 34 \\ -x + y &= 1 \\ -y + z &= 1 \\ -z + w &= 1\end{aligned}$$

17. Vis at løsningerne til andengradsligningen

$$ax^2 + bx + c = 0$$

hvor $a \neq 0$, er givet ved

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Hint: Brug opgave 13 fra 2. kursusgang.