Opgaver til kursusgang 14: Differentialregning 2

1. Differentier funktionerne

$$f(x) = x \cdot \sin(x), \qquad f(x) = \frac{3x+1}{2x-4}, \qquad f(x) = -x^4 \cdot \ln(x).$$

2. Bestem den afledede af funktionen $f(x) = (x-1)e^x$.

3. Differentier funktionerne

$$f(x) = 3xe^x, \qquad f(x) = 2x^2 \sin x, \qquad f(x) = \frac{3x^2+2x-1}{x-1}.$$

4. Differentier funktionerne

$$f(x) = \frac{2x^5+1}{x^4-2}, \qquad f(x) = \frac{\frac{5}{x^5}}{\frac{1}{x^3}}, \qquad f(x) = -\frac{\sin(x)}{\cos(x)}$$

5. Differentier følgende funktioner

$$f(x) = \frac{x-e^x}{1+x}, \qquad f(x) = \frac{x}{e^x+1}, \qquad f(x) = \frac{\ln(x)}{x}, \qquad f(x) = \frac{\cos(x)}{\sin(x)}$$

6. Udregn følgende

$$\frac{d^2}{dx^2} e^{-x} x^2, \qquad \frac{d^2}{dx^2} e^x \ln(x), \qquad \frac{d^2}{dx^2} (x^2+1)\sin(x).$$

7. Bestem den afledede af funktionen $f(x) = x\ln(x) - x$.

8. Vis at

$$\frac{d}{dx} \tan(x) = 1 + \tan^2(x).$$

(Hint: Brug $\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$) Hvordan passer dette med Tabel 1 i oplægget fra sidste gang?

EKSTRAOPGAVER:

9. Lad f, g, h være differentiable funktioner. Brug produktreglen til at vise at

$$\frac{d}{dx}(f \cdot g \cdot h)(x) = f'(x) \cdot g(x) \cdot h(x) + f(x) \cdot g'(x) \cdot h(x) + f(x) \cdot g(x) \cdot h'(x).$$

10. Lad f og g være differentiable funktioner. Brug produktreglen til at vise at

$$(f \cdot g)''(x) = f''(x) \cdot g(x) + 2f'(x) \cdot g'(x) + f(x) \cdot g''(x).$$

11. Differentier funktionerne

$$f(x) = x^2 \cdot e^x \cdot \ln x, \qquad g(x) = e^{-2x} \cdot \ln(x) \cdot x^2, \qquad h(x) = \frac{x^2 \cdot e^x}{-\ln(x^x)}$$