

Opgaver til kursusgang 5: Ligninger og uligheder

1. Løs ligningerne

$$8x + 2 = 26, \quad -3x - 5 = 4, \quad -6x + 7 = -29, \quad 8x + 11 = 5.$$

2. Løs ligningerne

$$3x + 7 = -2x + 2, \quad 3(x - 4) + 2 = 2(x + 1), \quad -3x - 4 = -x + 3.$$

3. Løs ligningerne

$$3(x - 2) + 2 = 3x - 8, \quad -(x + 1) + 2x = 2(x - 1) - x + 1.$$

4. Løs ligningerne

$$\frac{2}{3}\left(x - \frac{5}{2}\right) = \frac{3}{6}, \quad \frac{3}{8}(4x - 2) = -\frac{1}{3}\left(x - \frac{3}{4}\right).$$

5. Løs ulighederne

$$2x < 4 - 5x, \quad x - 3 > 2 - x, \quad 2x - 3 \geq 2x, \quad -2x \leq 2(x - 7).$$

6. Løs ligningerne

$$\frac{1}{x - 2} = 5, \quad \frac{x^2 + 8}{x + 2} = x + 2, \quad \frac{5}{x - 1} = \frac{7}{x}, \quad \frac{x^2 + 9 - 6x}{2x^2 - 6x} = 1.$$

7. Løs ligningerne

$$\sqrt{2}x + 4 = 8, \quad \pi(x - 1) = \sqrt{2}x + 3, \quad \sqrt{2}(2\sqrt{2}x - \sqrt{8}) = 2x + 1.$$

EKSTRAOPGAVER:

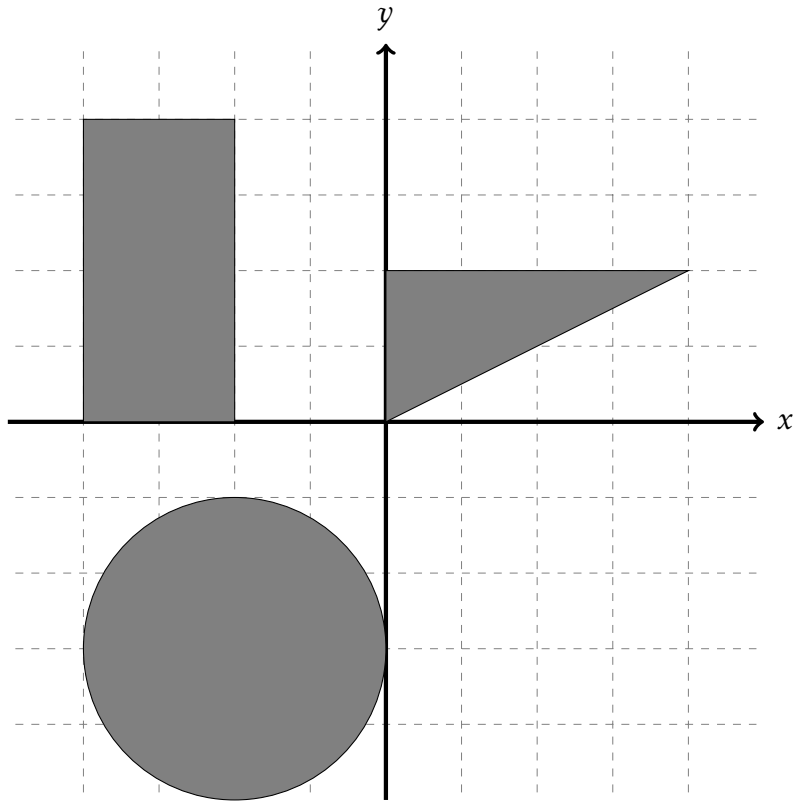
8. Angiv hvilken figur i planen der afgrænses af følgende uligheder. For polygoner angives hjørnernes koordinater, for cirkelskiver angives radius og koordinaterne til centrum.

(a) $0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2$

(b) $x^2 + y^2 \leq 4$

(c) $0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2x + 2.$

9. Opstil uligheder der beskriver de grå områder som ses i figur 1



Figur 1: Find uligheder der beskriver de grå områder.

10. Vis at

$$ab \leq \frac{a^2}{2} + \frac{b^2}{2}.$$

Hint: Betragt $(a - b)^2$.

Find derefter tal a, b, c, d så

$$ab = \frac{a^2}{2} + \frac{b^2}{2}, \quad \text{og} \quad cd < \frac{c^2}{2} + \frac{d^2}{2}.$$

11. Vis at

$$\sqrt{a+b} \leq \sqrt{a} + \sqrt{b}, \quad \text{for } a, b \geq 0.$$

Hint: betragt $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$.

Find derefter $a, b, c, d \geq 0$ således at

$$\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}, \quad \text{og} \quad \sqrt{c+d} < \sqrt{c} + \sqrt{d}.$$