

Facit til kursusgang 2: Kvadratsætninger

1. Svarene er:

$$x^2 + 1 + 2x, \quad 4x^2 + 9 - 12x, \quad x^2, \quad 9a^2 + 4b^2 - 6ab.$$

Svaret i d) kan fås ved følgende udregninger:

$$\begin{aligned}(3a - 2b)^2 + 6ab &\Leftrightarrow \\ (3a - b)(3a - b) + 6ab &\Leftrightarrow \\ 3a3a - 3a2b - 2b3a + 2b2b + 6ab &\Leftrightarrow \\ 3 \cdot 3aa - 2 \cdot 3ab - 2 \cdot 3ab + 2 \cdot 2bb + 6ab &\Leftrightarrow \\ 9a^2 - 6ab - 6ab + 4b^2 + 6ab &\Leftrightarrow \\ 9a^2 + 4b^2 - 6ab &\end{aligned}$$

2. Svarene er:

$$a^2 + 36b^2 + 12ab, \quad 16 - a^2, \quad x^2 + \frac{1}{x^2} + 2.$$

3. Centrum og radius er:

$$(0, 0) \text{ og } r = 1, \quad (1, -1) \text{ og } r = 5, \quad (-2, 0) \text{ og } r = 2.$$

4. Svarene er:

$$\begin{aligned}99^2 - 101^2 &= (99 - 101) \cdot (99 + 101) = -2 \cdot (200) = -400, \\ 499^2 - 501^2 &= (499 - 501) \cdot (499 + 501) = -2 \cdot (1000) = -2000,\end{aligned}$$

5. Svarene er:

$$\frac{x+3}{2x}, \quad \frac{2x+3}{2x-3}, \quad \frac{2x+6}{x}, \quad \frac{x-2y}{2}.$$

6. Ved at reducere fås

$$8 - 4a, \quad 2x, \quad 2x - 3.$$

7. Centrum og radius er:

$$(3, 4) \text{ og } r = 5, \quad \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right) \text{ og } r = 1.$$

8. Arealet af figuren kan både beskrives som $(a + b)^2$ og som $a^2 + b^2 + 2ab$.

9. Det totale areal af figuren kan beskrives både som $(a + b)^2$ og som $c^2 + 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot ab$. Dette giver ligningen

$$c^2 + 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot ab = (a + b)^2,$$

som kan reduceres til $c^2 = a^2 + b^2$.

10. Figuren til højre viser, at summen af det grå areal og det skraverede areal er $(a-b)(a+b)$. Figuren til venstre viser, at dette areal er det samme som $a^2 - b^2$.

11. Ved at sætte brøkerne på fælles nævner fås

$$\begin{aligned}\frac{7a+b}{4a^2-4b^2} - \frac{3}{4a+4b} - \frac{3}{4a-4b} &= \frac{7a+b-3(a-b)-3(a+b)}{4(a-b)(a+b)} \\ &= \frac{a+b}{4(a-b)(a+b)} \\ &= \frac{1}{4a-4b}.\end{aligned}$$

12. Lader vi $d = b + c$ får vi

$$\begin{aligned}(a+b+c)^2 &= a^2 + d^2 + 2ad = a^2 + (b+c)^2 + 2a(b+c) \\ &= a^2 + b^2 + c^2 + 2bc + 2ab + 2ac.\end{aligned}$$

13. Ved at dividere med a fås

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0.$$

For at omskrive venstersiden af udtrykket til $(x+k)^2$ må $\frac{b}{a}x$ være det dobbelte produkt, hvilket betyder, at

$$k = \frac{b}{2a}.$$

For at samle parenteser skal der lægges k^2 til på begge sider, hvilket giver

$$x^2 + 2\frac{b}{2a}x + \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} = \frac{b^2}{4a^2}.$$

Ved at samle parenteser og reducere fås

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2},$$

hvilket medfører at $d = b^2 - 4ac$.