

Opgaver til kursusgang 22: Ubestemte integraler 1

1. Bestem en stamfunktion til funktionen f givet ved $f(x) = x + 2$
2. Bestem samtlige stamfunktioner til funktionen f givet ved $f(x) = 8x^3 + \sin(x)$
3. Udregn følgende integraler

$$\int x^2 + 2x dx, \quad \int 3(e^x - \sin x) dx, \quad \int 2e^{2x} - \frac{1}{x} dx.$$

4. Udregn følgende integraler

$$\int \frac{2}{x} + \sqrt{x} + x dx, \quad \int \frac{5}{2}x^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{x^3} dx, \quad \int x^{\frac{3}{2}} - \sqrt{x^3} dx$$

5. Hvilken funktion er F givet ved $F(x) = 2\sqrt{x} + 12$ stamfunktion til?
6. Vis at funktionen $F(x) = \frac{3}{5}x^{\frac{10}{3}}$ er en stamfunktion til $f(x) = 2x^{\frac{7}{3}}$.
7. Bestem en stamfunktion til $f(x) = x^2 + x$ som går gennem punktet $(1, 1)$.
8. Bestem en stamfunktion til $f(x) = 6\sqrt{x} - x$ som går gennem punktet $(4, 9)$
9. Bestem en stamfunktion til $f(x) = x \cdot x^{3/2} + 2\sqrt[3]{x}$ som går gennem punktet $(0, \sqrt{2})$.

EKSTRAOPGAVER:

10. Er funktionen $f(x) = x \ln x$ en stamfunktion for $\ln x$? Hvis ikke, så bestem en stamfunktion til $\ln x$.
11. Betragt funktionerne f og g givet ved

$$f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}, \quad \text{og,} \quad g(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}.$$

- (a) Bestem en stamfunktion til $f + g$. (Hint: udregn summen $f + g$ først).
- (b) Vis at f er en stamfunktion til g .
- (c) Er g en stamfunktion til f ?
- (d) Vis at $\ln(g(x))$ er en stamfunktion til $\frac{f}{g}$

Funktionen f kaldes også \sinh mens g kaldes \cosh .

12. Vis, at $F(x) = (1 - x)^{-1}$ og $G(x) = x(1 - x)^{-1}$ begge er stamfunktioner til samme funktion. Hvad er differensen mellem F og G .