

## Opgaver til kursusgang 11: Funktioner 5 (trigonometriske funktioner)

1. Omregn følgende fra grader til radianer

$$90^\circ, \quad 15^\circ, \quad 150^\circ, \quad 45^\circ.$$

2. Omregn følgende radianer til grader

$$\frac{\pi}{3}, \quad \frac{7\pi}{4}, \quad \frac{5\pi}{12}.$$

3. Brug GeoGebra til at undersøge de trigonometriske funktioner sinus og cosinus. Bemærk at GeoGebra laver nogle afrundinger der kræver at man bruger sund fornuft når man aflæser funktionerne.

- (a) Bestem  $\sin(0)$  og  $\cos(0)$ .
- (b) Bestem  $\sin(\frac{\pi}{2})$  og  $\cos(\frac{\pi}{2})$ .
- (c) Bestem  $\sin(\pi)$  og  $\cos(\pi)$ .
- (d) Bestem  $\sin(\frac{3\pi}{2})$  og  $\cos(\frac{3\pi}{2})$ .
- (e) Bestem  $\sin(2\pi)$  og  $\cos(2\pi)$ .

4. Løs ligningerne

- (a)  $\sin(x) = \frac{1}{2}$  for  $x \in [0, 2\pi]$ .
- (b)  $\cos(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$  for  $x \in [-\pi, \pi]$ .

5. Udregn følgende tal

$$\sin\left(\frac{5\pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4}\right), \quad \tan\left(\frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{3}\right), \quad \frac{\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)}{\sin\left(\frac{4\pi}{6}\right)}.$$

(Hint: Brug tabellen samt identiteten:  $\sin(\pi \pm \theta) = \mp \sin(\theta)$ .)

6. I Figur 1 er en vinkel på  $\theta$  indtegnet i enhedscirklen. Skitser vinklerne

$$\theta + \frac{\pi}{2}, \quad \pi - \theta, \quad \theta + 3\pi.$$

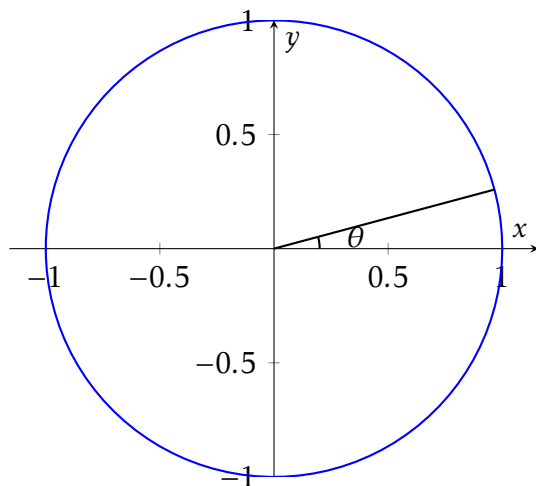
7. Bestem to forskellige løsninger til ligningerne

$$\sin(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \cos(x - \pi) = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \quad 2\sin^2(x) + 5\sin(x) + 2 = 0.$$

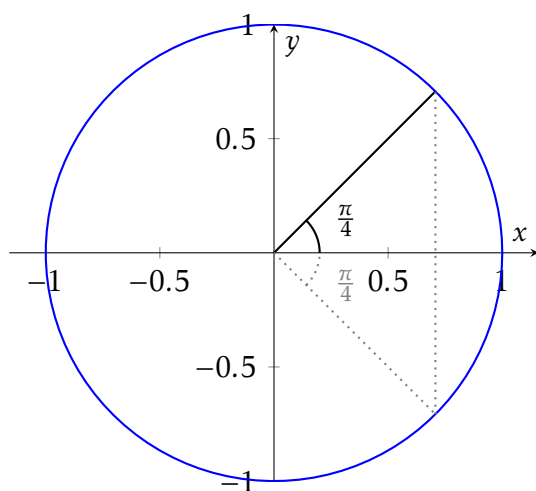
8. Brug enhedscirklen til at vise idiotformlen

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1.$$

(Hint: Pythagoras.)



Figur 1: Opgave 6



Figur 2: Opgave 12

9. Udregn følgende

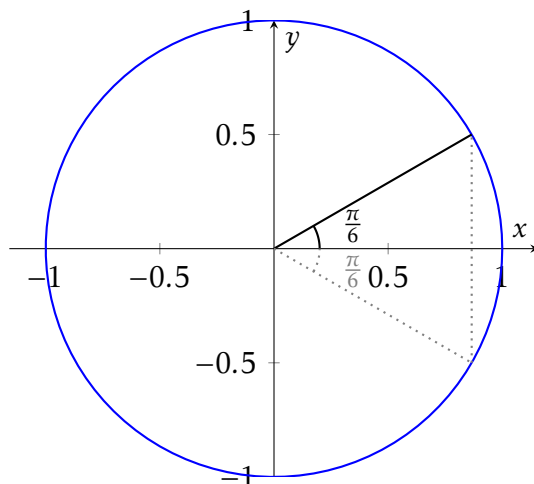
$$\cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right), \quad \sin\left(\frac{5\pi}{6}\right), \quad \tan\left(\frac{5\pi}{4}\right), \quad \cos\left(\frac{5\pi}{3}\right).$$

10. Udregn

$$\cos\left(\frac{15\pi}{4}\right), \quad \tan\left(\frac{14\pi}{6}\right), \quad \sin\left(-\frac{10\pi}{3}\right), \quad \tan\left(\frac{10\pi}{5}\right).$$

11. Løs ligningen  $\sin^2(\theta) + 3\cos^2(\theta) = 2$  for  $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$ . (Hint: Idiotformlen)

**EKSTRAOPGAVER:**



Figur 3: Opgave 16

12. I denne opgave beviser vi nogle af de eksakte værdier for sinus og cosinus til vinklerne  $\frac{\pi}{4}$ .
- Vis at  $\sin(\frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$  ved at regne på trekanten i Figur 2. (Hint: Pythagoras)
  - Brug idiotformlen til at vise at  $\cos(\frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .
13. Brug sumformlerne til at vise formlerne  $\sin(-\theta) = -\sin(\theta)$  og  $\cos(-\theta) = \cos(\theta)$ . (Hint  $\cos(-\theta) = \cos(0 - \theta)$  og  $\sin(-\theta) = \sin(0 - \theta)$ ).
14. Brug sumformlerne til at vise, at  $\cos(\theta - \frac{\pi}{2}) = \sin(\theta)$ .
15. Vis at  $\sin(2\theta) = 2 \cos(\theta) \sin(\theta)$ . (Hint: Brug sumformlerne)
16. I denne opgave beviser vi nogle af de eksakte værdier for sinus og cosinus til vinklerne  $\frac{\pi}{6}$  og  $\frac{\pi}{3}$ .
- Vis at  $\sin(\frac{\pi}{6}) = \frac{1}{2}$  ved at regne på trekanten i Figur 3. (Hint: Hvad kan man sige om sidelængderne i trekanten?)
  - Brug idiotformlen til at vise at  $\cos(\frac{\pi}{6}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .
  - Vis at  $\sin(\frac{\pi}{3}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ . (Hint:  $\sin(\frac{\pi}{3}) = \sin(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6})$ )
  - Brug idiotformlen til at vise at  $\cos(\frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2}$ .
17. I denne opgave beviser vi nogle af de eksakte værdier for sinus og cosinus til vinklerne  $\frac{\pi}{12}$  og  $\frac{5\pi}{12}$ .
- Bestem  $\sin(\frac{\pi}{12})$  og  $\cos(\frac{\pi}{12})$  ved at bruge sumformlerne. (Hint:  $\frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}$ )
  - Bestem  $\sin(\frac{5\pi}{12})$  og  $\cos(\frac{5\pi}{12})$  ved at bruge sumformlerne. (Hint:  $\frac{5\pi}{12} = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4}$ )