

## Facit til kursugang 10: Funktioner 4 (eksponentiel og logaritmefunktioner)

1. Svarene er:

$$16, \quad \frac{1}{4}, \quad \frac{1}{8}, \quad 27, \quad 1.$$

2. Svarene er:

$$4, \quad 3, \quad -2, \quad 6, \quad 0.$$

3. Svarene er:

$$1, \quad \ln 2, \quad e^{-x} = \frac{1}{e^x} = \left(\frac{1}{e}\right)^x \text{ og } \frac{\ln(\frac{1}{2})}{\ln(\frac{1}{e})} = \frac{\ln(1) - \ln(2)}{\ln(1) - \ln(e)} = \frac{0 - \ln(2)}{0 - 1} = \ln(2).$$

4. Svarene er:

$$3, \quad 1, \quad 2.$$

5. Svarene er:

$$\frac{1}{2}, \quad 2, \quad \frac{3}{2}$$

6. Svarene er:

$$1, \quad 40, \quad 343, \quad \frac{1}{9}, \quad 9.$$

7. Svaret er  $a = \sqrt{2}$  og  $b = \sqrt{2}$ .

8. Svarene er:

$$x = \ln(5),$$

$$x = \log_2(3) - 1,$$

$$x = 0 \vee x = 2 \text{ (Hint: } 100^x = (10^2)^x = 10^{2x}\text{)}$$

$$x = 9 \vee x = 10 \text{ (Hint: } e^{-135} \cdot e^{19x} = e^{19x-135}\text{)}$$

9. Svarene er:

$$x = e^4,$$

$$x = 3,$$

$$x = 2.$$

10. Svarene er:

(a)  $f(-11) = 48.$

(b)  $f(10) = 6.$

(c)  $x = 24.$

11. Svaret er  $a = e^{\frac{1}{5}}.$

12. Svaret er  $a = e^2$  og  $b = e.$

13. Eksponentialfunktionen med den grønne graf har den største fordoblingskonstant, da den vokser langsomst.

14. Svaret er  $T_{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \ln 2.$

#### EKSTRAOPGAVER:

15. Da  $e^x$  altid er positiv og  $\ln(x)$  er den inverse til  $e^x$  må  $\ln(x)$  nødvendigvis kun være defineret på de positive tal.

16. Bruger vi hintet få vi at  $g(x) = b \cdot -a^{-x}$  er spejlingen, så  $c = b$  og  $d = a^{-1}.$

17. Vi har at

$$\frac{\ln(a^y)}{\ln(a)} = \frac{y \ln(a)}{\ln(a)} = y.$$

Hvis vi bruger at  $x = a^{\log_a(x)}$  så får vi

$$a^{\frac{\ln(x)}{\ln(a)}} = a^{\frac{\ln(a^{\log_a(x)})}{\ln(a)}} = a^{\frac{\log_a(x) \ln(a)}{\ln(a)}} = a^{\log_a(x)} = x.$$

Disse to udregninger viser, at  $\frac{\ln x}{\ln a}$  er invers til funktionen  $a^x$  og vi har derfor at

$$\log_a(x) = \frac{\ln x}{\ln a}.$$